

4. naloga (25 točk)

Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 9 & 4 & 1 & 5 & 6 & 8 & 3 & 2 & 7 & 10 \end{pmatrix} \text{ in } \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 7 & 1 & 2 & 5 & 10 & 3 & 6 & 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

a) (10 točk) Zapiši permutacije α , β ter $\alpha * \beta$ kot produkt disjunktnih ciklov.

b) (5 točk) Določi red permutacij α , β ter $\alpha * \beta$.

c) (10 točk) Opazujemo enačbo $\pi^3 = \alpha * \beta$ z neznano permutacijo π . Poišči eno rešitev te enačbe, ki je oblike $\pi = (a b c d)(e f)(g h)(i j)$, ter eno rešitev, ki je oblike $\pi = (a b c d)(e f g h i j)$.

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture UNI: 2. kolokvij

4. januar 2023

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci ter enostavnega kalkulatorja. Uporaba ostalih elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

Na množici $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ definiramo relaciji R in S s predpisoma

$$aRb \iff \left\lfloor \frac{a}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{b}{2} \right\rfloor \quad \text{in} \quad aSb \iff \left\lfloor \frac{a}{3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{b}{3} \right\rfloor.$$

a) (15 točk) Nariši grafe relacij R , S in $R * S$.

b) (5 točk) Ali je katera od relacij R , S ali $R * S$ ekvivalenčna? Zakaj oziroma zakaj ne?

c) (5 točk) Za tiste od relacij R , S in $R * S$, ki so ekvivalenčne, določi ekvivalenčni razred $[0]$.

2. naloga (25 točk)

Preslikava $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ je podana s predpisom $f(0) = 0$, za $n > 0$ pa z opisom

$$f(n) = \text{vsota vseh lihih deliteljev števila } n.$$

a) (5 točk) Izračunaj $f(n)$ za $n \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$.

b) (5 točk) Poišči vse n , za katere je $f(n) = 1$?

c) (5 točk) Ali obstaja kak n , za katerega je $f(n)$ liho število, večje od 1?

d) (5 točk) Ali je f injektivna?

e) (5 točk) Ali je f surjektivna?

3. naloga (25 točk)

a) (10 točk) Izračunaj ostanek števila $((3^5)^7)^9$ pri deljenju s 17.

b) (15 točk) Izračunaj ostanek števila 3^{5^9} pri deljenju s 17.