

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Izpit iz Osnov matematične analize

23. januar 2013

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [20 točk] Kompleksna števila

- (a) Kaj je polarni zapis kompleksnega števila $z = x + iy$? Narišite sliko in napišite, kako se polarni koordinati izražata s kartezičnimi.
- (b) Kako se kartezični koordinati izražata s polarnima?
- (c) V kompleksni ravnini narišite število $z = 1 + i$ in ga zapišite v polarni obliki.
- (d) Na prejšnji sliki skicirajte tudi števila z^2 , z^3 in z^4 .

2. [20 točk] Zaporedja

(a) Število L je limita zaporedja (a_n) , če _____.

(b) Zaporedje (a_n) je navzgor omejeno, če _____.

(c) Zaporedje s splošnim členom $\frac{2}{3^n}$ je (obkrožite vse pravilne odgovore)

- i. navzgor omejeno
- ii. naraščajoče
- iii. konvergentno
- iv. padajoče

(d) Ali ima zaporedje $(-1)^n$ limito? Če da, jo izračunajte.

3. [20 točk] Funkcije več spremenljivk

(a) Kaj je gradient funkcije $f(x, y)$ dveh spremenljivk?

Podana je funkcija dveh spremenljivk $f(x, y) = \log(x^2 - y)$.

(b) Določite definicijsko območje funkcije f .

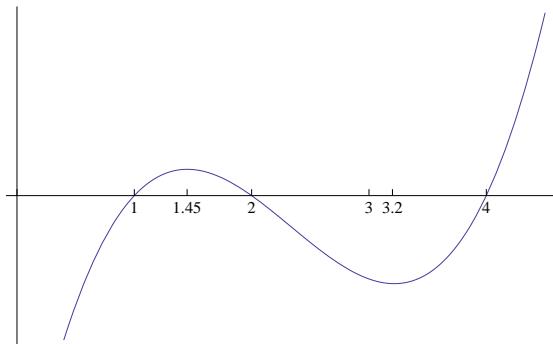
(c) Narišite nivojsko krivuljo, ki gre skozi točko $(1, 0)$.

(d) V kateri smeri funkcijnska vrednost funkcije f najhitreje narašča, če se za malo premaknemo iz točke $(1, 0)$?

4. [20 točk] Odvod

- (a) Zapišite definicijo odvoda funkcije f v točki a .
- (b) Kaj nam odvod f' pove o naraščanju in padanju funkcije f ?

Za funkcijo f ima njen odvod f' naslednji graf:



- (c) Na katerih območjih znotraj intervala $[0.5, 4.5]$ funkcija f pada? _____
- (d) V katerih točkah znotraj intervala $[0.5, 4.5]$ ima funkcija f lokalne ekstreme? Za vsakega zapišite tudi, ali je lokalni maksimum ali minimum.

5. [20 točk] Nedoločeni in določeni integral

(a) Nedoločeni integral funkcije f je _____.

(b) Če označimo $F(x) = \int f(x) dx$, potem je

$$\int_a^b f(x) dx = \text{_____}.$$

(Izrazite s funkcijo F .)

(c) Izračunajte odvod funkcije $F(x) = \int_0^x t^5 e^{|t^2-1|} dt$.

(d) Izračunajte integral:

$$\int_{-1}^1 x^5 e^{|x^2-1|} dx = \text{_____}.$$