

# PRIMERI IZPITNIH VPRAŠANJ IZ NUMERIČNIH METOD

## 1. UVOD V NUMERIČNO RAČUNANJE

- (1) Kaj so predstavljiva števila v IEEE v enojni/dvojni natančnosti?
- (2) Kaj je osnovna zaokrožitvena napaka?
- (3) Katere napake pri numeričnem računanju poznamo?
- (4) Katere so osnovne računske operacije v IEEE in kateri dve operacij sta problematični s stališča numerične matematike?
- (5) Kaj pomeni, da je metoda numerično stabilna? Navedite primer metode, ki je stabilna in primer metode, ki ni stabilna.

## 2. REŠEVANJE LINEARNIH SISTEMOV

- (1) Zapišite splošen kvadraten sistem linearnih enačb in ga prepišite v matrično obliko. Kdaj je tak sistem rešljiv/enolično rešljiv/ni rešljiv? Koliko operacij je potrebnih za izračun produkta matrike z vektorjem? Kaj pa za produkt dveh matrik?
- (2) Kaj je Gaussova eliminacija in koliko osnovnih računskih operacij je potrebnih za njeno izvedbo?
- (3) Kaj je  $LU$  razcep matrike  $A$  (brez pivotiranja) in kako ga izračunamo? Koliko operacij je potrebnih za njegov izračun? Ali  $LU$  razcep brez pivotiranja obstaja? Napišite primer matrike, pri kateri se ne da izračunati  $LU$  razcepa brez pivotiranja.
- (4) Kaj je zgornjetrikoten sistem linearnih enačb? Kaj je prema in kaj obratna substitucija za zgornjetrikoten sistem? Koliko operacij zahtevata?
- (5) Kako s pomočjo  $LU$  razcepa matrike  $A$  izračunamo rešitev linearnega sistema enačb  $Ax = b$ ? Koliko operacij zahteva?
- (6) Kaj je  $LU$  razcep matrike  $A$  z delnim pivotiranjem? Zakaj ga uvedemo? Opišite postopek za njegov izračun. Kako s pomočjo tega razcepa izračunamo rešitev linearnega sistema enačb  $Ax = b$ ? Koliko operacij zahteva reševanje sistema  $Ax = b$  prek  $LU$  razcepa z delnim pivotiranjem?
- (7) Kaj je pivotna rast? Kaj nam pivotna rast pove? Ali je pivotna rast pri delnem pivotiranju omejena? Če da, skiciraj dokaz tega dejstva.
- (8) Katere iterativne metode za reševanje linearnih sistemov poznaš? Eno od njih podrobno opiši.

## 3. REŠEVANJE NELINEARNIH ENAČB

- (1) Kaj je ničla funkcije? Kdaj je enostavna in kdaj večkratna?
- (2) Opišite, kako deluje bisekcija. Koliko korakov bisekcije je potrebnih, da na intervalu  $[a, b]$  izračunamo ničlo funkcije  $f$  na natančnost  $10^{-10}$ ?
- (3) Kaj je dobro vzeti za zaustavitev kriterij bisekciji v primeru, ko je odvod funkcije na danem intervalu blizu 0? Kaj pa, ko je odvod relativno velik?
- (4) Kaj pomeni red konvergencije? Kako se red konvergencije pozna pri dejanski uporabi metode?
- (5) Izpeljite in opišite tangentno metodo ter določite red konvergencije.
- (6) Izpeljite in opišite sekantno metodo ter določite red konvergencije.
- (7) Izpeljite in opišite metodo regula-falsi.

- (8) Naj bo  $g$  iteracijska funkcija. Kaj so fiksne točke za  $g$ ? Kdaj so privlačne, kdaj odbojne?
- (9) Kako s postopkom navadne iteracije izračunamo ničle neke nelinearne funkcije  $f$ ? Kdaj je hitrost konvergencije linearna, kvadratična in kdaj kubična?
- (10) Kateri iteracijski metodi za reševanje sistema nelinearnih enačb poznaš? Eno od njiju opiši.

#### 4. POLINOMSKA INTERPOLACIJA

- (1) Zapišite sistem enačb, ki določa interpolacijski polinom skozi paroma različne točke  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ . Kakšno stopnjo polinoma moramo vzeti, če hočemo interpolirati 5 točk? Ali je reševanje tega sistema vedno stabilno?
- (2) Opišite Lagrangeovo obliko interpolacijskega polinoma in njene pomanjkljivosti.
- (3) Opišite Newtonovo obliko interpolacijskega polinoma. Kaj so to deljene diference in kako jih računamo? Kakšne so prednosti Newtonove oblike interpolacijskega polinoma v primerjavi z Lagrangeovo?
- (4) Ali višanje stopnje interpolacijskega polinoma vedno izboljša prileganje dani funkciji? Utemelji s primerom?
- (5) Kako lahko ocenimo napako interpolacijskega polinoma za funkcijo  $f$ ? Kakšna je napaka interpolacije s polinomom stopnje  $n$ .

#### 5. NUMERIČNA INTEGRACIJA IN ODVAJANJE

- (1) Opišite osnovno trapezno in osnovno Simpsonovo pravilo. Kako pridemo do teh dveh pravil in kakšni sta napaki?
- (2) Opišite sestavljen trapezno in sestavljen Simpsonovo pravilo.
- (3) Kako je red kvadraturne formule? Kaj je metoda nedoločenih koeficientov?
- (4) Kako lahko določimo pravi korak v trapeznem pravilu?
- (5) Kaj so vozli in kaj uteži v kvadraturnem pravilu? V čem so Gaussova kvadraturna pravila boljša od Newton-Cottesovih?

#### 6. REŠEVANJE DIFERENCIJALNIH ENAČB

- (1) Opišite Eulerjevo metodo za reševanje začetnega problema  $y_0 = f(x, y)$  pri pogoju  $y(a) = y_a$ .
- (2) Opišite idejo Runge-Kutta metod za reševanje diferencialnih enačb. Koliko je napaka metode reda  $k$ ?